



مرکز پیش دانشگاهی و دبیرستان
بافر العتوم

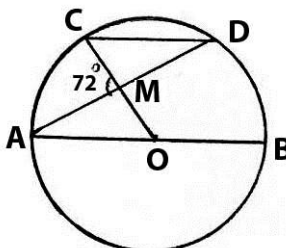
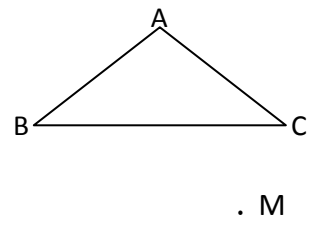
به نام خدا

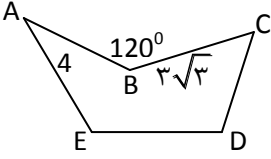
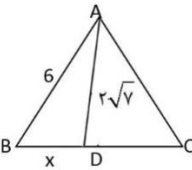
نام و نام خانوادگی: امتحان درس: **هندسه**

کلاس: **یازدهم** رشته: **ریاضی** وقت امتحان: **۱۰۰** کد: **۱۱۰۱-۹۸۰۳۲۵**

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

www.bagheralolum.sch.ir

بارم	هندسه ۲
۱	۱- قضیه: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه رو آن
۱	۲- در دایره رسم شده در شکل مقابل $AB \parallel CD$ است. اندازه کمان CD را بدست آورید. 
۱	۳- از نقطه p در خارج دایره ای، مماس PA به طول $۱۰\sqrt{۳}$ را بر آن رسم کرده ایم. (A روی دایره است) همچنین خط راستی از P گذرانده ایم که دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده است و $BC = ۲۰$ طول های PB و PC را بدست آورید
۱	۴- اگر r_a, r_b, r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$
۱	۵- شعاع های دو دایره ۶ و ۱۰ سانتیمتر و طول خط مرکزین آن ها برابر ۲۰ سانتیمتر است. طول مماس مشترک داخلی آن ها را بدست آورید.
۲	۶- قضیه: در هر بازتاب، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.
۱	۷- قضیه: ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می کند.
۱	۸- مثلث ABC و نقطه M خارج این مثلث مفروض است. مجانس این مثلث را نسبت به نقطه M در حالتی که $k = \frac{1}{۲}$ است رسم کنید. 
۱	۹- جای خالی را پر کنید. الف) تبدیل T را تبدیل گوئیم هر گاه به ازای هر نقطه A از صفحه داشته باشیم $T(A) = A$ ب) شرط این که تجانس طولها باشد این است که پ) اگر $k < ۰$ باشد تجانس را تجانس می نامیم. ت) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع یک است.

بارم	هندسه ۲
۱	<p>۱۰- زمینی به شکل زیر داریم، می خواهیم بدون آن که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم این میزان افزایش مساحت را بدست آورید.</p> 
۱	<p>۱۱- یک مربع در تجانسی بانسبت تجانس $\frac{3}{4}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۷ سانتیمتر مربع باشد. اندازه ضلع مربع اولیه را محاسبه کنید.</p>
۲	<p>۱۲- قضیه سینوس ها: در مثلث ABC با اضلاع $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ داریم (R شعاع دایره محیطی مثلث است)</p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$
۱/۲۵	<p>۱۳- ثابت کنید در هر مثلث قائم الزویه ABC که در آن $A = 90^\circ$, ارتفاع وارد بر وتر است داریم</p> $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$
1/25	<p>۱۴- در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۶ واحد، نقطه D که به فاصله $2\sqrt{7}$ واحد از راس A قرار دارد از B و C چه فاصله ای دارد؟ ($CD > BD$)</p> 
۲	<p>۱۵- قضیه: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می کند.</p>
۱/۵	<p>۱۶- در مثلث ABC، $AB = 4$, $AC = 6$, $BC = 8$ است. طول نیمساز زاویه داخلی B را بدست آورید.</p>

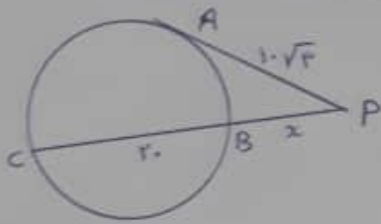
۱) اثبات در صفحه ۱۴، ۱۵ کتاب درسی

$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{DB} = x$

$\Delta_{AOM} : \widehat{M} = \widehat{A} + \widehat{O} = \frac{1}{r} \widehat{DB} + \widehat{AC} = \frac{1}{r} x + x = \frac{r}{r} x$

$\widehat{CD} = 180^\circ - \widehat{AC} - \widehat{AD}$

$\widehat{M} = 72^\circ \Rightarrow \frac{r}{r} x = 72^\circ \Rightarrow x = 72^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$



$AP^2 = PB \times PC$

$(1.0\sqrt{4})^2 = x(x+2.0)$

$4.0 = x^2 + 2.0x$

$x^2 + 2.0x - 4.0 = 0$

$(x+3.0)(x-1.0) = 0$

$x = -3.0$ (غیرممکن)

$x = 1.0 \Rightarrow PB = 1.0, PC = 3.0$

۲) اثبات کنیم: $r_c = \frac{s}{p-c}, r_b = \frac{s}{p-b}, r_a = \frac{s}{p-a}, r = \frac{s}{p}$

$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{\frac{s}{p-a}} + \frac{1}{\frac{s}{p-b}} + \frac{1}{\frac{s}{p-c}} = \frac{p-a}{s} + \frac{p-b}{s} + \frac{p-c}{s}$

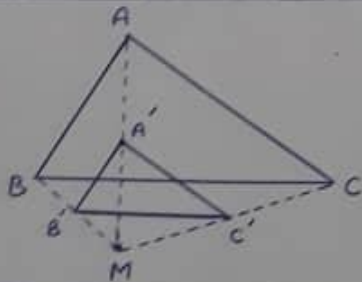
$= \frac{3p - (a+b+c)}{s} = \frac{3p - 2p}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{\frac{s}{p}} = \frac{1}{r}$ اثبات تمام

$TT' = \sqrt{d^2 - (R+R')^2}$ طول مسافت مشترک داخلی

$TT' = \sqrt{2.0^2 - (1.0+4)^2} = \sqrt{4.0 - 25.0} = \sqrt{4.0 - 25.0} = \sqrt{14.0} = 1.2$

۳) اثبات قضیه در صفحه ۲۸، ۲۹ کتاب درسی

۴) اثبات قضیه در صفحه ۴۸ کتاب درسی



$\frac{MA'}{MA} = \frac{MB'}{MB} = \frac{MC'}{MC} = \frac{1}{r}$

تبراین نقطه A', B', C' وسط پاره خطها MA, MB, MC قرار دارند

۵) الف) همانی ب) $k=1$ ج) معلوس د) دوران

۱۰) A را به C وصل نموده، با ترتیب نقطه B از آنجا که پاره خط AC رسم می‌کنیم تا نقطه B' بدست آید
 و سطحی ABCB' مساحت آنرا نیز یافته است پس:

$$S_{ABCB'} = AB \times BC \times \sin \hat{B} \rightarrow S = 4 \times 4\sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 14\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 14$$



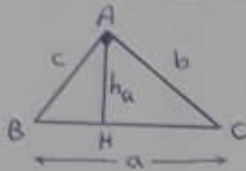
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{r}{4} \Rightarrow A'B' = \frac{r}{4} AB \Rightarrow AB = x, A'B' = \frac{r}{4} x \quad (11)$$

$$S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'} = 7 \Rightarrow AB^2 - A'B'^2 = 7$$

$$x^2 - \left(\frac{r}{4}x\right)^2 = 7$$

$$\frac{7}{16}x^2 = 7 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

۱۲) اثبات قضیه در صفحه ۶۳ و ۶۴ کتاب درسی



۱۳) می‌دانیم $BC \times AH = AB \times AC$ بنابراین:

$$a \times h_a = c \times b \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{b \times c} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{b^2 \times c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 \times c^2} = \frac{b^2}{b^2 \times c^2} + \frac{c^2}{b^2 \times c^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{b^2} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

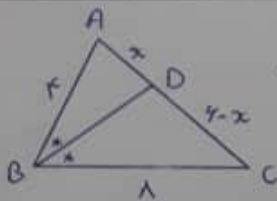
۱۴) قضیه کسینوس ها: $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times BD \times \cos \hat{B}$ (14)

$$(2\sqrt{2})^2 = 4^2 + x^2 - 2 \times 4 \times x \times \cos 45^\circ$$

$$2 \times 2 = 4 + x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow BD=2, DC=4 \\ x=4 \end{cases}$$

۱۵) اثبات قضیه در صفحه ۷۱ کتاب درسی



قضیه زیاده داخل: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{a} = \frac{x}{4-x}$ (15)

$$4x = 24 - 4x$$

$$8x = 24$$

$$x = 3 \Rightarrow AD=3, DC=4$$

قضیه: $BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC$

$$BD^2 = 4 \times 8 - 3 \times 4$$

$$BD^2 = 24 \Rightarrow BD = \sqrt{24} \Rightarrow \boxed{BD = 2\sqrt{6}}$$