



مرکز پیش دانشگاهی و دبیرستان
بافترا العلتوم

به نام خدا

نام و نام خانوادگی: امتحان درس: **گسسته**

کلاس: **چهارم** رشته: **ریاضی** وقت امتحان: **۱۰۰** کد: **۹۵۱۰۱۲-۳۰۱**

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه مشاهده نمایید.

www.bagheralolum.sch.ir

۱- گراف ساده ی G از مرتبه ی P را همیلتنی گویند ، هرگاه دوری به طول در آن یافت شود. (۵/۰ نمره)

۲- گراف همبند و فاقد دور را می نامند. (۵/۰ نمره)

۳- معادله ی $ax+by=c$ در صورتی که $(a,b) | c$ ، جواب دارد. (۵/۰ نمره)

۴- اگر $(a,b)=1$ باشد ، آنگاه حاصل $[a,b]$ برابر است با (۵/۰ نمره)

۵- در گراف G با شرایط ($P=11$ ، ماکزیمم درجه = ۷ ، مینیمم درجه = ۳) بیشترین مقدار q کدام است ؟ (۱ نمره)

الف) ۳۵ (ب) ۳۶ (ج) ۳۷ (د) ۳۸

۶- مرتبه ی گراف G برابر ۶ و اندازه ی آن برابر ۱۴ است . درجه ی چند راس این گراف ماکزیمم است ؟ (۱ نمره)

الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۶

۷- گراف همبند G فاقد دور است . مجموع مرتبه و اندازه ی آن گراف کدام است ؟ (۱ نمره)

الف) ۱۲ (ب) ۱۵ (ج) ۱۸ (د) ۲۰

۸- اگر $a=5k+3$ باشد ، باقی مانده ی تقسیم $a^4+a^3+a^2+a$ بر ۵ کدام است ؟ (۱ نمره)

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) صفر

۹- مجموع دو عدد اول برابر ۹۱ شده است . مجموع ارقام حاصلضرب آن دو عدد کدام است ؟ (۱ نمره)

الف) ۱۶ (ب) ۱۷ (ج) ۱۸ (د) ۱۹

۱۰- فرض کنید $[a^2, b^2]=[17a, 17b]+60$ ، حاصل $[a, b]$ چند است ؟ (۱ نمره)

الف) ۳۰ (ب) ۳۴ (ج) ۱۵ (د) ۲۰

۱۱- چند عدد اول کوچکتر از ۱۳۸۳ موجود است به طوری که مجموع ارقام هریک از آنها برابر ۳ باشد ؟ (۱ نمره)

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) بیش از ۳

۱۲- با ۵ راس A, B, C, D, E چند گراف ساده می توان ساخت به طوری که :

الف) یال AD موجود بوده و هیچ یک از یال های AC و BD موجود نباشد ؟ (۱نمره)

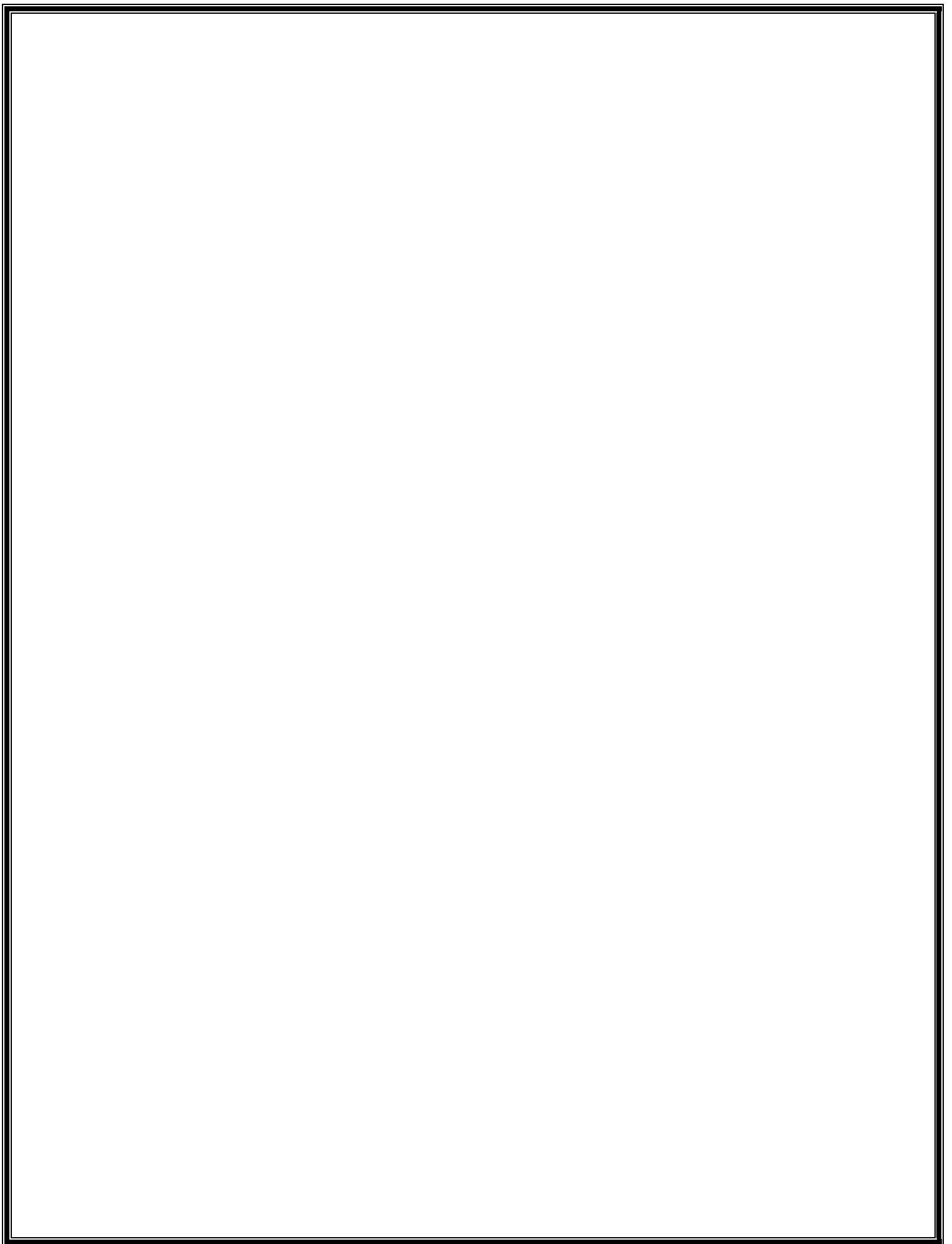
ب) دقیقاً ۴ یال داشته باشد و از بین یال های AB و AC و BC دقیقاً یکی موجود باشد ؟ (۱نمره)

۱۳- در گراف G با درجه راس های ۲ و ۲ و ۳ و ۳ دو راس با درجه ی ماکزیمم غیرمجاورند . تعداد دورهای با طول ۴ را بیابید. (۲نمره)

۱۴- ثابت کنید که توان چهارم هر عدد فرد به صورت $16q+1$ است . (۲نمره)

۱۵- اگر اعضای طبیعی مجموعه ی $\{20x+16y \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$ را به صورت صعودی مرتب کنیم ، چندمین عضو برابر ۴۴ است ؟ (۲نمره)

۱۶- اگر $A=1!+2!+3!+\dots+1382!$ و $B=2!+4!+6!+\dots+1382!$ ، رقم یکان $A^B + B^A$ را بیابید. (۲نمره)





بسمه تعالی

دبیرستان غیر دولتی باقر العلوم (ع)

نام درس: گسسته
کلاس: چهارم ریاضی
تاریخ آزمون: طهر پانجم ماه اردیبهشت

۱- P

۲- درخت

۳- بشمار

۴- $\bar{a}b$

۵- (ب)

$$q_{\max} = \frac{9 \times 7 + 4 + 3}{2} = 34$$

۶- (ب)



گراف کامل مرتبه ۶ دارای اندازه $\binom{6}{2} = 15$ به صورت

است. برای $q = 14$ باید یک یا ل حذف شود که آنگاه درجه ۲ رأس ۴ می شود و درجه ۳ رأس برابر ۱ می شود.

۷- (ب) این گراف درخت است پس: $q = P - 1$

$$q + P = P - 1 + P = 2P - 1$$

$$a = 5k + 3 \rightarrow a \equiv 3 \pmod{5} \quad (1)$$

$$a^4 \equiv 3^4 = 81 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$a^3 \equiv 3^3 = 27 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$a^2 \equiv 3^2 = 9 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow a^4 + a^3 + a^2 + a \equiv 1 + 2 + 4 + 3 = 10 \equiv 0 \pmod{5}$$

۹- الف)

$$a + b = 91 \xrightarrow[\text{اولیاد}]{b, a} a=2, b=19$$

\downarrow زوج \downarrow فرد \downarrow فرد

$$a \times b = 2 \times 19 = 171 \rightarrow 1 + 7 + 1 = 14$$

۱۰- الف) $[a, b] = m$

$$[a^2, b^2] = [17a, 17b] + 40 \rightarrow m^2 = 17m + 40$$

$$m^2 - 17m - 40 = 0 \rightarrow (m - 20)(m + 3) = 0 \xrightarrow{m > 0} m = 20$$

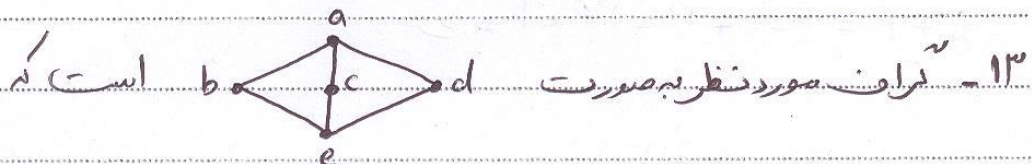
۱۱- الف)

در صورتی که مجموع ارقام ۳ باشد عدد بر ۳ بخش پذیر بوده و اول خواصده بود.
و تنها عدد اول که مجموع ارقام آن برابر ۳ باشد عدد ۳ است

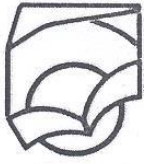
۱۲- $k' = \binom{5}{2} = 10$

الف) $1 \times 1 \times 1 \times 2^7$

ب) $\binom{3}{1} \binom{7}{3}$



۳ دور به طول ۴ دارد (badeb - daced - baceb)



بِسْمِ تَعَالَى

دبیرستان غیر دولتی باقر العلوم (ع)

تاریخ آزمون :

کلاس :

نام درس :

۱۴- مربع عدد ضرب a به صورت $a^2 = 1k + 1$ است. پس :

$$a^k = (a^2)^k = (1k + 1)^k = 9k^2 + 12k + 1 = 12(4k^2 + k) + 1 = 12q + 1$$

۱۵- اعضای مجموعه A همان مضارب $4 = (2, 4, 8, 16, \dots)$ هستند پس اعضای طبیعی

A آن مضارب مثبت 4 هستند یعنی $4, 12, 20, 28, \dots$

واضح است که در دنباله‌ی فوق بازدهین عضو $(4x - 4)$ برابر $4x$ است.

$$A^{10} \equiv 11 + 21 + 31 + 41 \equiv 1 + 2 + 6 + 24 \equiv 3 \pmod{12}$$

$$B^{10} \equiv 21 + 41 \equiv 6 \pmod{12}$$

$$A^k \equiv 11 + 21 + 31 \equiv 41 \pmod{12}$$

$$B^k \equiv 21 \equiv 2 \pmod{12}$$

$$A^B + B^A = 4^2 + 6^1 = 16 + 6 = 22 \equiv 10 \pmod{12}$$



مرکز پیش دانشگاهی و دبیرستان
باقرالعلوم (ع)
واحد آزمون-رایانه