

نام :

به نام خداوند جان و خرد

آزمون درس : ریاضیات گسسته

نام خانوادگی :

دبیرستان غیر دولتی باقرالعلوم (ع)

مدت آزمون : ۹۰ دقیقه

نوبت امتحان : پایانی اول

پایه تحصیلی : چهارم

رشته تحصیلی : ریاضی

تاریخ آزمون : دی ماه ۹۶

نام دبیر : هاشم زاده

بارم	سوالات
۲	۱- الف) اگر $V = \{a, b, c, d, e\}$ باشد الف) چند گراف ساده یا این رئوس می توان رسم کرد . ب) چند گراف ۳ یالی می توان رسم کرد .
۲	۲- الف) گراف ساده G دارای ۱۰ رأس است. اگر تعداد یالهای G چهار برابر تعداد یالهای \bar{G} باشد تعداد یالهای G را مشخص کنید . ب) طول بزرگترین مسیر یک گراف کامل برای ۷ است . این گراف چند دور به طول ۳ دارد .
۲	۳- الف) اگر در گراف ساده ای $\delta = \Delta = 4$ و $2p = q + 8$ باشد $p + q$ را تعیین کنید . ب) در درختی $p^2 = 5q + 11$ می باشد . اندازه ی این درخت را بیابید .
۲	۴- الف) در ماتریس مجاورت یک گراف ساده ۳۶ تا عدد ۱ و ۱۳ تا عدد صفر وجود دارد . مجموع مرتبه و اندازه گراف را بیابید . ب) افراز متناظر یا " وجود مسیر بین دو رأس " مجموعه ای ۴ عضوی است . اگر $p = 11$ باشد حد اکثر یالهای ممکن برای گراف را مشخص نمایید .
۲	۵- الف) چند نقطه یا مختصات صحیح روی منحنی $y = \frac{2x+3}{x-2}$ وجود دارد آنها را مشخص کنید . ب) بزرگترین عدد صحیح مثبت را بدست آورید که اگر بر ۱۱۶ تقسیم شود باقیمانده اش ۴ برابر مکعب خارج قسمت شود .
۱	۶- ثابت کنید اگر $a bc$ و $(a, b) = 1$ آنگاه $a c$
۲	۷- الف) اگر $(cc)_8 = (ab)_4$ آنگاه c را مشخص کنید . ب) مجموع سه عدد اول p_1 و p_2 و p_3 برای ۱۰۸ است. اگر $p_1 < p_2 < p_3$ باشد حاصل $\frac{p_2 + p_3}{p_1}$ را بدست آورید .
۲	۸- الف) برای دو عدد صحیح a, b اگر کوچکترین عضو مجموعه $\{ma^2 + nb^2\} \cdot 0 : m, n \in \mathbb{Z}$ برابر ۶۴ باشد آنگاه $(a, a+b)$ چه عددی است . ب) اگر نسبت دو عدد طبیعی ۱/۲ و حاصلجمع ضرب آنها با ک م م ۳۹۶۰ باشد آن دو عدد را مشخص کنید .
۲	۹- الف) باقیمانده تقسیم عدد 2^{149} را بر ۲۱ تعیین کنید . ب) باقیمانده ی تقسیم عدد $9 \cdot 10^{16} + \dots + 2^{16} + 1^{16}$ را بر ۱۷ بدست آورید .
۱	۱۰- عددی در کلاس هم ارزی صفر به پیمانه ی ۳ قرار دارد و باقیمانده ی تقسیم آن بر ۷ برابر ۲ می باشد . باقیمانده ی تقسیم این عدد بر ۲۱ کدام است
۱	۱۱- اگر $a^n = 10q + 7$ باشد رقم یکان عدد a^{n+24} را تعیین کنید .
۱	۱۲- معادله ی همنهشتی $15x \equiv \sum_{k=1}^{50} k!$ را در \mathbb{Z} حل کنید .
	با اندیشیدن و تلاش ، موفق و پیروز باشید

۱/ $p = 5 \Rightarrow \frac{p!}{p!} = \binom{5}{p} = 1 \Rightarrow$ الف) $r^1 = 1 - 2\varepsilon$ ① \neg) $\binom{p}{r} = 12$ ①

۲/ الف) $p = 1 - q = \varepsilon \bar{q} \quad q + \bar{q} = \frac{p(p+1)}{r} \Rightarrow \varepsilon \bar{q} = 2\varepsilon \quad \bar{q} = 2 \quad q = 42$ ①

ب) $p - 1 = r \Rightarrow p = 1 + r \Rightarrow \binom{p}{r} \times \frac{(p-1)!}{r} = 24$ ①

۳/ الف) $p \cdot r = 2q \Rightarrow 2p = 2q \Rightarrow q = 2p \rightarrow 4p = 2p + 1 \Rightarrow p = 1, q = 2, p + q = 3$ ①

ب) $p^r = 2q + 11 \Rightarrow p^r = 2(p-1) + 11 \Rightarrow p^r - 2p + 2 = 0 \Rightarrow p = 2, q = 5$ ①

۴/ الف) $\begin{cases} 2q = 44 \Rightarrow q = 11 \\ p^r = 44 + 11 \Rightarrow p = 7 \end{cases} \Rightarrow p + q = 25$ ①

ب) $\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \dots \frac{1}{k} \rightarrow k_n \Rightarrow q = \frac{1 \times 1 \times \dots \times 1}{r} = 24$ ①

۵/ الف) $x - r \mid rx + r \Rightarrow x - r \mid r \Rightarrow x - r = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm r \end{cases} \Rightarrow$ $\frac{r}{x-r} \varepsilon$ ①

ب) $a = 114q + 4q^r \quad 4q^r < 114 \Rightarrow q^r < 28.5 \rightarrow \max(q) = 4 \Rightarrow \max(a) = 504$ ①

۶ $bc = aq, ra + sb = 1 \rightarrow rac + sbc = c \Rightarrow rac + saq = c \Rightarrow a(-) = c \Rightarrow a \mid c$ ①

۷/ الف) $0 + kb + na = c + \varepsilon c \Rightarrow \varepsilon(b + \varepsilon a) = 9c \Rightarrow \varepsilon \mid c \Rightarrow c = \varepsilon$ ①

ب) $p_1 + p_2 + p_3 = 108 \quad \begin{cases} p_1 = 2 \\ p_2 + p_3 = 106 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_2 + p_3}{p_1} = \frac{106}{2} = 53$ ①

۸/ الف) $(a^r, b^r) = 7\varepsilon \Rightarrow (a, b) = 1 \Rightarrow (a, a+b) = (a, b) = 1$ ①

ب) $\frac{a}{b} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{a' + 7}{b' + 5} \mid ab + [a, b] = 4940 \Rightarrow a'b'd^r + a'b'd = 4940$

$\Rightarrow 40 \cdot d^r + 40 \cdot d = 4940 \Rightarrow d^r + d = 123.5 \Rightarrow d = 11 \Rightarrow a = 77, b = 55$ ①

۹/ الف) $r^3 \equiv 1 \Rightarrow (r^3)^{22} \equiv 1 \Rightarrow r^{46} \equiv 1 \equiv 42 \equiv 11$ ①

ب) $1 + 1 + \dots + 1 \equiv 14 \equiv 0 \equiv 3$ ①
 $\left\{ \begin{aligned} [\frac{90}{14}] &= 6 \end{aligned} \right.$

۱۰/ $\left\{ \begin{aligned} a \equiv 0 \pmod{14} &\Rightarrow a \equiv 9 \pmod{14} \text{ ①} \\ a \equiv 7 \pmod{14} &\Rightarrow a \equiv 9 \pmod{14} \end{aligned} \right. \quad \parallel \quad a^n \equiv 1 \pmod{14} \quad a^{n+\varepsilon} \equiv 1 \pmod{14} \Rightarrow a^n \equiv 1 \pmod{14}$ ①

۱۱/ $(1 + r! + r! + \dots + \omega!) \times \frac{1}{r!} \equiv 1 \pmod{\omega} \Rightarrow rx \equiv 1 \pmod{\omega} \Rightarrow rx \equiv \omega \equiv 9$

$\Rightarrow x \equiv 4 \pmod{\omega} \Rightarrow x = \varepsilon \omega + 4 \perp x \in [r]_{\varepsilon}$ ①