



دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

www.bagheralolum.sch.ir

بارم	شرح سوال	ردیف
۱/۵	بردارهای $a = i + 2j$ و $b = 2i - j + k$ مفروضند. تصویر بردار $a + b$ را در امتداد بردار $2a$ تعیین کنید.	-۱
۱	بردار V را چنان تعیین کنید که بر بردارهای $a = (2, 1, -3)$ و $b = (-1, 2, 1)$ عمود باشد و با محور Y زاویه منفرجه بسازد و اندازه اش $5\sqrt{3}$ باشد.	-۲
۱/۵	اگر a, b, c سه بردار یکه ی دو به دو عمود بر هم باشند، حاصل اندازه ی $a + 2b - 3c$ را به دست آورید.	-۳
۱/۵	مقدار α چقدر باشد تا سه بردار $a = (1, \alpha, -1)$, $b = (0, 2, 1)$, $c = (-1, 1, 1)$ هم صفحه باشند؟	-۴
۱/۵	زاویه بردار $V = (1, -1, \sqrt{2})$ را با صفحه XOZ به دست آورید؟	-۵
۱/۵	معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A(-2, 1, 2)$ بگذرد و موازی خط نیمساز ناحیه اول صفحه XOY باشد.	-۶
۱/۵	دو خط: $X = \frac{Y}{2} = Z$ و $X - 2 = Y - 1 = 2Z$ نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟	-۷
۱/۵	کوتاه ترین فاصله بین دو خط: $(\frac{X}{3} = \frac{Y}{4} \text{ و } Z = 0)$ و $(X = 0, Y = 5)$ را به دست آورید؟	-۸

۱	مکان هندسی نقاطی را به دست آورید که از دو صفحه : $Y=0$ و $Y=Z$ به یک فاصله باشند؟	-۹
۱/۵	معادله صفحه شامل محور Z ها را بنویسید که با خط $(X=t, Y=2t-1, Z=t-1)$ موازی باشد.	-۱۰
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که عرض مرکزش سه برابر طولش بوده و خط $X+Y=4$ قطری از دایره و خط $X+Y-2=0$ مماس بر دایره باشد.	-۱۱
۱/۵	کمترین و بیشترین فاصله نقطه $P(1, -2)$ را از نقاط دایره $x^2 + y^2 = 20$ به دست آورید.	-۱۲
۲	مختصات مرکز ، راسهای کانونی و ناکانونی ، کانونها ، خروج از مرکز و نوع بیضی زیر را مشخص کنید .	-۱۳
۱	$-32X - 100Y = 284$ $16x^2 + 25y^2$ خروج از مرکز مکان هندسی $(3 + 4 \sin \theta, 2 + 6 \cos \theta)$ را به دست آورید.	-۱۴

حل

$$a = (1, 2, -1) \Rightarrow \begin{cases} a+b = (2, 3, 1) \\ 2a = (2, 4, -2) \end{cases} \Rightarrow a' = \frac{2 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times (-2)}{2+1} (2, 3, 1) = (1, 2, -1) \quad (1)$$

$$a \times b = (2, 1, -3) \times (-1, 2, 1) = (7, 1, 5) \xrightarrow{-x} v = (-7, -1, -5) \quad (2)$$

چون باید با محور زوایای متفرقه بسازد.

$$|a+2b-3c|^2 = |a|^2 + 4|b|^2 + 9|c|^2 = 1 + 4 + 9 = 14 \Rightarrow |a+2b-3c| = \sqrt{14} \quad (3)$$

$$b \times c = (0, 2, 1) \times (-1, 1, 1) = (1, -1, 2) \quad (4)$$

باید حجم صفر باشد بنابراین داریم:

$$\Rightarrow |a \cdot (b \times c)| = 0 \Rightarrow |(1, 2, -1) \cdot (1, -1, 2)| = 0 \Rightarrow |1 - 2 - 2| = 0 \Rightarrow 2 = -1$$

$$v = (\sqrt{2}, -1, 1) \Rightarrow |v| = 2 \Rightarrow \cos \beta = \frac{-1}{2} \Rightarrow \beta = 120^\circ \quad (5)$$

زاویه با محور x و z زاویه با محور y ها.

$$A(-2, 1, 2), L(1, 1, 0) \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ z=2 \end{cases} \quad (6)$$

$$L = (1, 1, \frac{1}{2}), L' = (1, 2, 1) \Rightarrow$$

چون جهت های بردارهای طوری یکسان نیستند موازی و متعلق نیستند

متافرنده $\rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \rightarrow (x=t, y=2t, z=t) \rightarrow t-2 = 2t-1 = 2t$ پارامتری یکی از خط ها

$$L = L_1 \times L_2 = (0, 0, 1) \times (2, 2, 0) = (-2, 2, 0), P = (0, -2, 0), P' = (0, 5, 0) \quad (8)$$

سقط درگاه

$$\Rightarrow \frac{|L \cdot \overrightarrow{PP'}|}{|L|} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{|y-z|}{\sqrt{2}} = \frac{|y|}{1} \Rightarrow y-z = \pm \sqrt{2}y \Rightarrow z = y \pm \sqrt{2}y \Rightarrow z = (1 \pm \sqrt{2})y \quad (9)$$

$$N = (1, 2, 1) \times (0, -2, 0) = (2, -1, 0) \Rightarrow 2x - y = 0 \quad (10)$$

سقط درگاه $= (0, -2, 0)$

جواب

پایگاه آمون صدسه تکی دی ماه ۹۶

$$O(x, y) \in x+y=f \Rightarrow x=1 \Rightarrow O(1, f), R=OK = \frac{|1+f-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad 11,$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-f)^2 = 2$$

$$O(0, f), R=2\sqrt{5}, OP=\sqrt{1+f^2}=\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} \text{شیرین باطری} = R+OP = 3\sqrt{5} \\ \text{کترین باطری} = |R-OP| = \sqrt{5} \end{cases} \quad 12,$$

$$14(x^2-2x+1-1) + 15(y^2-2y+f-f) = 28f \Rightarrow 14(x-1)^2 + 15(y-f)^2 = 28f \quad 13,$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{\frac{28f}{14}} + \frac{(y-f)^2}{\frac{28f}{15}} = 1 \Rightarrow O(1, f), a^2 = \frac{28f}{14} \Rightarrow a = \sqrt{2f}, b^2 = \frac{28f}{15} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{28f}{15}}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c = \sqrt{2f - \frac{28f}{15}} = \sqrt{\frac{2f(15-14)}{15}} = \sqrt{\frac{2f}{15}}$$

دیر x ← یعنی افق

$$A(y, f), A'(-f, f), B(1, f), B'(1, -f), F(f, f), F'(-f, f)$$

$$a = \sqrt{2f}, b = \sqrt{\frac{28f}{15}} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 2f = \frac{28f}{15} + c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{2f}{15} \quad 14,$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{\frac{2f}{15}} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{\frac{2f}{15}}}{\sqrt{2f}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$