



دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمائید.

[www.bagheralolum.sch.ir](http://www.bagheralolum.sch.ir)

امام جعفر صادق علیه السلام: «دوست ندارم جوانی از شما را جز در یکی از دو حال ببینم: یا عالم شده، یا در حال علم آموزی است.»	
۳	برای هر عددی طبیعی $n$ با استفاده از اصل استقراء ریاضی ثابت کنید: الف) $(1 + \sqrt{2})^n \geq 1 + \sqrt{2}n$ ب) $11^n - 1 = 10r$
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید: الف) اگر به مربع یک عدد فرد یک واحد اضافه کنیم یک عدد زوج به دست می آید. ب) مجموع دو عدد گویا یک عدد گویاست.
۱	به کمک اثبات بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 \geq 2z(x + y - z)$
۱	کدام عبارت درست و کدام غلط است؟ الف) اگر $a \times b = 0$ آنگاه $a = 0$ و $b = 0$ ب) حاصلضرب دو عدد گنگ یک عدد گنگ است. پ) $2^n + 3$ برای تمام اعداد طبیعی، یک عدد اول است. ت) اگر در یک مدرسه حداقل در یک روز هفته ۱۱ دانش آموز به دنیا آمده باشند، آن مدرسه حداقل ۷۱ دانش آموز دارد.
۲	به کمک برهان خلف ثابت کنید: الف) اگر $\sqrt{5}$ گنگ باشد $\sqrt{\sqrt{5} + 8}$ نیز یک عدد گنگ است. ب) اگر $n^2$ فرد باشد، $n$ نیز فرد است.
۱	۱۰ نقطه را در یک مربع به ضلع واحد قرار می دهیم. نشان دهید حداقل دو نقطه یافت می شود که فاصله آن ها از یکدیگر کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.
۱/۵	در مجموعه $A = \{\{0\}, \phi\}$ : الف) مجموعه توانی آن را بنویسید. ب) عدد اصلی آن را بنویسید پ) این مجموعه چند زیر مجموعه سره دارد؟
۰/۵	تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $3k + 5$ عضو چند برابر تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $3k + 2$ عضو است؟

	به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:	
۳	الف) $A \Delta A' = u$ ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$ پ) $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)$	۹
۱	$x$ و $y$ را طوری بیابید که زوج‌های مرتب زیر برابر باشند. $(x^2 - y^2, 3), (15, x + y)$	۱۰
۱/۷۵	اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 1\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$ الف) عضوهای $A \times B - B^c$ را مشخص کنید. ب) نمودار آن را رسم کنید.	۱۱
۰/۷۵	اگر $A = [-2, 1)$ و $B = [1, +\infty)$ نمودار $A \times B$ را رسم کنید.	۱۲
۰/۵	اعضای رابطه $R = \{aRb \mid a^2 + b^2 = 5\}$ را در مجموعه $A = \{0, 1, 2, 3\}$ بنویسید.	۱۳
۱	قضیه ( ثابت کنید $A = B$ اگر تنها و اگر $A \subset B$ , $B \subset A$	۱۴
۰/۵	نمودار ون $A \Delta B$ را رسم کنید.	۱۵
<p>موفق و پیروز باشید.</p> <p>واتقے</p>		





بسمه تعالی

دبیرستان غیر دولتی باقر العلوم (ع)

نام درس: ریاضی صحیح کلاس: سو

تاریخ آزمون: ۱۳۹۱/۲/۹

۱) فرض  $P(k) = (1 + \sqrt{2})^k \geq 1 + \sqrt{2}k$   $P(k+1) = (1 + \sqrt{2})^{k+1} \geq 1 + \sqrt{2}(k+1)$

کمی  $P(k+1) = \frac{(1 + \sqrt{2})^{k+1}}{A} \geq \frac{1 + \sqrt{2}(k+1)}{B}$

پس  $(1 + \sqrt{2})^{k+1} \geq (1 + \sqrt{2})^k (1 + \sqrt{2}) \geq (1 + \sqrt{2})^k (1 + \sqrt{2}k + \sqrt{2})$

$\frac{(1 + \sqrt{2})^{k+1}}{A} \geq \frac{1 + \sqrt{2}k + \sqrt{2}}{B}$  ①

بسیار

$\frac{1 + \sqrt{2}k + \sqrt{2}}{B} \geq 1 + \sqrt{2}(k+1) \Rightarrow 1 + \sqrt{2}k + \sqrt{2} \geq 1 + \sqrt{2}k + \sqrt{2}$

① ②  $\Rightarrow \frac{A}{B} \geq \frac{B}{C} \Rightarrow A \geq C$  کمی بیشتر  $k \geq 1$

۲)  $P(k) = 11^k - 1 = 10 \dots 1$  برابری میسر است  $P(k+1) = 11^{k+1} - 1 = 10 \dots 10 \dots 1$

کمی  $P(k) = 11^k - 1 = 10 \dots 1$  فرض  $P(k+1) = 11^{k+1} - 1 = 10 \dots 10 \dots 1$

پس  $11(11^k - 1) = 11(10 \dots 1) \Rightarrow 11^{k+1} - 11 = 10 \dots 10 \dots 1$

$11^{k+1} - 1 = 10(11^k - 1) + 1 = 10 \dots 10 \dots 1$

۳)  $a^r + 1 = (r+1)^r + 1 = \epsilon k^r + \epsilon k^{r-1} + \dots + \epsilon k + \epsilon = r(rk^{r-1} + \dots + k) + r = rk^r$

$\Rightarrow n = y = \frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} = \frac{ab' + ba'}{bb'} = \frac{m \in \mathbb{Z}}{n \in \mathbb{Z}} = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$

$2^r + 3^r \geq r2^n + r2y - r2^r \iff$  ④

$n^r + y^r = r2n + r2y + 2^r + 2^r \iff (n-2)^r + (y-2)^r \geq 0$

$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$   $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$   $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$   $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$





مرحوم

بسمه تعالی

دیرستان غیر دولتی باقر العلوم (ع)

تاریخ آزمون:

کلاس:

نام درس:

(۹)  $(A - A') \cup (A' - A) \subseteq (A \cap A) \cup (A' \cap A') \Rightarrow A \cup A' = U$

(۱۰)  $A \subseteq B \rightarrow A \cup B = B \rightarrow (A \cup B)' \subseteq B' \rightarrow A' \cap B' \subseteq B' \rightarrow B \subseteq A'$

(۱۱)  $(A \cap B') \cup (A \cap C') \subseteq A \cap (B' \cup C') \subseteq A \cap (B \cup C)' \subseteq A \cap (B \cup C)$

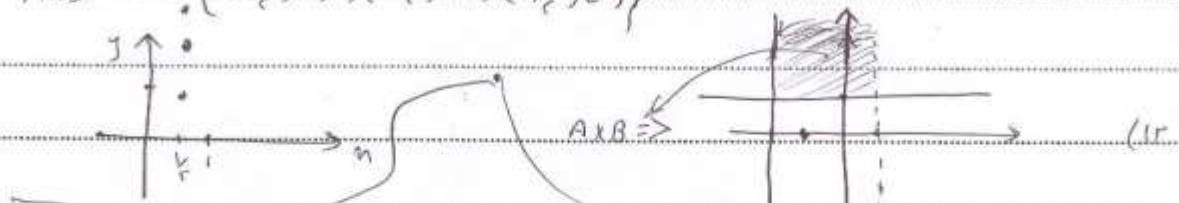
(۱۲)  $\left. \begin{matrix} (n+y) \leq d \\ x+y \leq c \end{matrix} \right\} \Rightarrow n-y \leq \frac{d}{c} \leq d \Rightarrow \begin{cases} n+y \leq c \\ n-y \leq d \end{cases}$

(۱۳)  $A = \{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \}$  و  $\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \}$   $B = \{ \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8} \}$

$A \times B = \{ (\frac{1}{2}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{8}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{8}) \}$

$B^c = \{ (\frac{1}{6}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{7}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{8}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{6}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{7}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{8}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{6}, \frac{1}{8}), (\frac{1}{7}, \frac{1}{8}), (\frac{1}{8}, \frac{1}{8}) \}$

$A \times B - B^c = \{ (\frac{1}{2}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{8}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{8}) \}$



$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$   $A - B = \{ (\frac{1}{2}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{8}) \}$   $B - A = \{ (\frac{1}{6}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{7}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{8}, \frac{1}{6}), (\frac{1}{6}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{7}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{8}, \frac{1}{7}), (\frac{1}{6}, \frac{1}{8}), (\frac{1}{7}, \frac{1}{8}), (\frac{1}{8}, \frac{1}{8}) \}$

(۱۴) رتبه میزبان  $A \subseteq A$  و  $A$  در  $B$  میزبان  $A$  در  $B$  میزبان  $B \subseteq A$  و  $A \subseteq B$

(۱۵) اگر  $A \subseteq B$  یعنی هر عضو  $A$  در  $B$  هم هست و  $B \subseteq A$  یعنی هر عضو  $B$  در  $A$  هم هست پس  $A = B$